$$= \lim_{x\to 2^-} \frac{2x-x^2}{(x-2)\sqrt{2x-x^2}} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-x}{\sqrt{2x-x^2}} = -\infty$$

Donc f n'est pas dérivable à gauche en 2.

Conclusion : Le domaine de dérivabilité de f est $]0,2[$.

2°/ f est définie et continue sur $[0,2]$ et dérivable sur $]0,2[$ et :

$$\forall x \in]0,2[,\ f'(x) = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $1-x$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$	0	$-$	

D'où le tableau des variations de f :

x	0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	1	↘	0

3°/ $f(x) = x \Leftrightarrow \sqrt{2x-x^2} = x \Leftrightarrow 2x-x^2 = x^2 \Leftrightarrow 2x^2-2x=0 \Leftrightarrow$ $x(x-1)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=1 \Rightarrow S_{\mathbf{R}} = \{0,1\}$.

4°/a) φ est continue et strictement croissante sur $[0,1]$ donc φ réalise une bijection de $[0,1]$ sur $\varphi([0,1]) = [0,1]$.

b) $\varphi^{-1} : [0,1] \to [0,1]$

$$x \mapsto \varphi^{-1}(x) = y$$

$\varphi^{-1}(x) = y \Leftrightarrow \varphi(y) = x \Leftrightarrow \sqrt{2y-y^2} = x \Leftrightarrow 2y-y^2 = x^2 \Leftrightarrow$

$y^2-2y+x^2=0$. On a : $\Delta' = 1-x^2$ d'où $y' = 1-\sqrt{1-x^2}$ et